

... МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 611.727.2.001.57

ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ РАБОТЫ ПЛЕЧЕВОГО СУСТАВА НА ПРИМЕРЕ СТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

*Органов В.В., Тяжелов А.А.,
Суббота И.А.*

Харьковский НИИ ортопедии и
травматологии им. проф. М.И.Ситенко

Разработка математической модели работы плечевого сустава является чрезвычайно трудной задачей. Сложность ее определяется двумя основными причинами: во-первых, большой трудоемкостью разработки и составления математических уравнений, описывающих поведение отдельных мышц и сумочно-связочного аппарата, и, во-вторых, неполнотой наших знаний о работе компонентов сустава. Достаточно сказать, что в системе уравнений сумм моментов количество уравнений приближается к 50. При решении динамических задач сложность уравнений значительно возрастает. Однако, такая модель позволяет детально разобраться в работе сустава, моделировать различные патологические состояния, разрабатывать схемы оперативных вмешательств для конкретных пациентов и прогнозировать их результаты.

При отсутствии общей математической модели промежуточным этапом в изучении работы сустава могут стать расчеты статических и динамических состояний сустава при некоторых фиксированных положениях руки. А если провести расчеты не только для крайних положений руки, но и для ряда промежуточных и затем интерполировать результаты, то можно получить достаточно подробную модель сустава.

В данной статье приводится пример расчета усилий в суставе в статике при отведении руки в горизонтальное положение, причем ось вытянутой руки находится в плоскости лопатки. Внешние нагрузки - вес руки и наибольший длительно удерживаемый груз приняты равными 34 Н и 170 Н соответственно (получены экспериментально). Эти нагрузки приложены к локтевому суставу (половина длины руки) и направлены вертикально вниз.

Для осуществления расчета был выполнен чертеж плечевого сустава в трех проекциях в масштабе 1:1. Было изучено более двух десят-

ков плечевых костей и 4 лопатки. Места прикрепления мышц и их порций были взяты из обмеров натуральных образцов, из литературных источников [1, 2] и атласов. Сечения мышц и их порций принимались согласно данным литературы [1].

Необходимость дополнительной внешней нагрузки определялась следующими соображениями. При отсутствии нагрузки (действует только вес руки), или при нагрузке, меньше максимально возможной, мышцы, отводящие руку, напряжены не полностью. Величина усилия каждой мышцы остается неизвестной, так как не существует надежных методов для определения мышечных усилий. С другой стороны, при предельной внешней нагрузке все отводящие мышцы будут максимально напряжены, а данные по максимальной силе мышц в расчете на 1 см² (удельная сила) приведены в литературных источниках. Приводящие мышцы при этом будут максимально расслаблены и их влиянием можно пренебречь. При таких исходных данных статический расчет сустава становится возможным. Кроме того, патологические явления также легче выявить при максимальных нагрузках.

Расчет производился в трехмерной декартовой системе координат. Начало координат совмещено с геометрическим центром головки плечевой кости, ось X направлена вдоль руки (в плоскости лопатки), ось Y - перпендикулярно оси X и направлена вперед, ось Z - перпендикулярно осям X и Y и направлена вверх. Лопатка предполагалась жестко закрепленной. Усилия мышц представлялись в виде векторов. При значительной кривизне линий действия мышц (например, порции дельтовидной) изменение направления действия векторов учитывалось. Векторы сил, создаваемых мышцами, направлены в большинстве случаев под углами к плоскостям координат. Для осуще-

ствления расчета эти векторы должны быть спроецированы на плоскости или оси координат. При расчете углы, под которыми действуют векторы сил и их проекции, измерялись по чертежу с точностью до 0,5°. Плечи моментов изменялись для разных сил от 3 до 30 мм и измерялись по чертежу с точностью до 0,5 мм. Ошибки расчета складывались в основном из неточности установок мест прикрепления мышц, неточности отображения линий действия мышц, разделения мышц на порции, неточности измерений на чертеже, но больше всего - из ошибок в определении сечений мышц и их удельной силы. Рассматривая влияние ошибок, авторы считают, что несводимость к нулю сумм моментов в пределах 10-15 % (величина разности между положительными и отрицательными моментами) была бы вполне приемлема. Предполагается, что суставная сумка дополнительных усилий не создает.

Рука в положении отведения под углом 90° представляет собой, с точки зрения механики, рычаг, закрепленный на сферической опоре и находящийся в статическом равновесии. Уравнения сумм моментов записываются для всех трех плоскостей координат, т.е. относительно 3-х осей координат.

В вертикальной плоскости XOZ, расположенной вдоль оси руки (рис. 1), где R - равнодействующая) действуют моменты как от внешних нагрузок (вес руки 34 Н и груза 170 Н), так и от усилий мышц. Уравнение суммы моментов относительно оси Y запишется следующим образом:

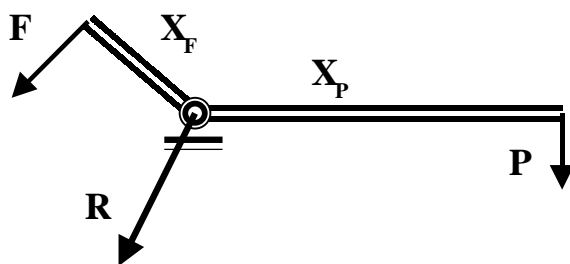


Рис. 1

$$M_p^Y - M_F^Y = 0,$$

где $M_p^Y = P \cdot X_p$ - момент, создаваемый внешней нагрузкой, сила $P = 34 + 170 = 204$ Н, плечо $X_p = 0,25$ м;

M_F^Y - суммарный момент проекций усилий отводящих мышц, может быть записан как

$$M_F^Y = F \cdot X_F,$$

где F - эквивалентная сила, X_F - усредненное плечо относительно оси Y.

В вертикальной плоскости YOZ (моменты относительно оси X) сумма моментов будет иметь вид:

$$\sum M_i^X = 0,$$

где $M_i^X = F_i^X \cdot r_i^X$, где F_i^X - проекции на плоскость YOZ векторов сил каждой из отводящих мышц, r_i^X - плечи проекций векторов сил относительно оси X.

В горизонтальной плоскости XOY сумма моментов будет иметь аналогичный вид относительно оси Z.

$$\sum M_i^Z = 0,$$

где $M_i^Z = F_i^Z \cdot r_i^Z$, где F_i^Z - проекции на плоскость XOY векторов сил каждой из отводящих мышц, r_i^Z - плечи проекций векторов сил относительно оси Z.

Результаты исследования.

Исходные данные по каждой из мышц и результаты расчета сумм моментов и сумм сил сведены в таблицу 1. Участие каждой из мышц сустава в отведении руки в горизонтальное положение тщательно анализировалось. На первом этапе рассматривались как задействованные все указанные в таблице мышцы, кроме задней части дельтовидной и малой круглой. Максимальная удельная сила мышц сустава была вначале принята равной 40 Н/см² в соответствии с данными литературы (3). Однако, сумма моментов в плоскости YOZ (первая сумма моментов) не сошлась в более, чем в два раза. Из уравнения было получено, что удельная сила должна быть, примерно, 90-100 Н/см². Этот расчет совпал с литературными данными [4], где определено, что удельная сила отводящих мышц плечевого сустава составляет 81 Н/см², а бицепса - 114 Н/см². После этого сумма моментов относительно оси Y сошлась с точностью до 7%. Однако не сошлись суммы моментов относительно оси X (на 35%) и оси Z (на 25%). Знак разности суммы моментов относительно оси X показал, что необходимо ввести действие дополнительной мышцы - наружного ротатора плеча. После введения в уравнения усилия малой круглой мышцы эта сумма моментов свелась к нулю с точностью до нескольких процентов. А после учета действия задней порции дельтовидной мышцы сумма моментов относительно оси Z также свелась практически к нулю. Таким образом, расчет определил состав участвующих мышц, среди которых оказалась малая круглая мышца, действие которой первоначально было не

Таблица 1

Название мышцы	Порция мышцы	Сечение мышцы, см ²	Удельная сила, Н/см ²	Полная сила мышцы, Н	Моменты сил относительно осей, Н·м			Сумма проекций сил по оси, Н		
					Y	X	Z	X	Y	Z
Подосная	1	1,6	81	130	-2,8	+1,4	+0,85	-65	0	-112
	2	2,1	81	170	-3,7	+1,9	+0,63	-53	0	-162
	3	2,3	81	185	-4	+2,2	+0,23	-17	0	-185
Подлопаточная	1	2,7	81	220	-2,6	-2,7	-4,1	-160	-23	-146
	2	2,2	81	178	-1,2	-2,7	-2	-78	-25	-159
	3	2,9	81	234	-0,7	-4,2	-1,2	-48	-36	-228
Надосная		3	81	243	-6,1	-0,5	-0,7	-121	-8,6	-171
Длинная головка бицепса		7	114	800	-16,8	-1,1	-2,7	-380	-116	-532
Дельтовидная передняя	1	1,9	81	153	-3	-0,4	-3,6	-151	+21,4	+13,3
	2	1,9	81	153	-3,4	-0,27	-3	-153	+14	+13,3
Дельтовидная верхняя		3,9	81	315	-9,2	+1,27	+7,9	-310	-71	+27,5
Дельтовидная задняя	1	2,3	81	185	+0,9	+0,15	+4,1	-176	-25,5	-44
	2	2,2	81	178	+5,2	+0,41	+4,8	-163	-35	-64,5
Малая круглая		2,1	81	170	+0,5	+4,1	0	-165	+30	-170
Внешние силы	-	-	-	204	+51	0	0	0	0	-204
Сумма положительных моментов					+57,6	+11,43	+18,5			
Сумма отрицательных моментов					-53,5	-11,87	-17,3			
Разность сумм моментов					+4,1	-0,44	+1,2			
Сумма проекций сил								-2040	-250	-2120

очевидно. Что касается приводящих мышц то можно сказать, что их действие полностью уравновешено.

В таблице приведены также суммы проекций векторов сил относительно оси координат. Эти суммы позволили рассчитать положение равнодействующей в суставе. Расчет показал, что равнодействующая направлена из центра головки плечевой кости каудально под углом 46° к оси - OX в плоскости XOZ и отклонена кпереди на 5°, то есть направлена, практически, в центр гленоида. Величина равнодействующей оказалась весьма значительной - 2950 Н. Анализ уравнений статического состояния сустава показывает, что при всех свободных движениях верхней конечности равнодействующая направлена в сторону центра суставной впадины лопатки.

Заключение.

Таким образом, использование предлагаемого графоаналитического моделирования позволяет достаточно точно воспроизвести баланс моментов сил в плечевом суставе при статическом нагружении и выполнить расчет равнодействующей. Полученные нами результаты позволяют сделать вывод об адекватности данного способа моделирования функций такого сложного в биомеханическом отношении сустава, как плечевого.

Литература

1. Руководство по кинезотерапии / Под ред. Л.Бонева, П.Слынчева, С.Банкова. - София: Медицина и физкультура, 1978. - 356 с.
2. Физиология человека / Под ред. г.И.Косицкого. - М.: Медицина, 1985. - 559 с.
3. Johnson G.R., Spalding D. Modelling the muscles of the scapula morphometric and coordinate date and functional implications // J. Biomech. - 1996. - Vol.29. - N8. - P. 1039-1051.
4. Praktische anatomic. Arm Dr.: Alboum/ T.von Lanz, Dr.W.Wachsmuth. - Berlin: Verlag von Julius Springer, 1935. - 276 p.